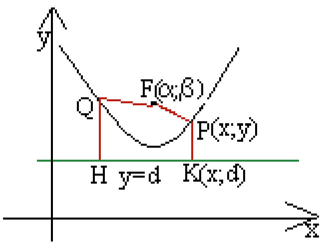
La parabola (in allestimento)

Definizione

Def.	**La parabola si definisce come il luogo geometrico dei punti che hanno la stessa distanza da un punto fisso detto fuoco ed una retta fissa direttrice.**



Nella figura si vede che $\overline{PF}=\overline{PK}$ e QH=FQ

La parabola è simmetrica rispetta ad una retta che passa per il fuoco, nella figura l'asse di simmetria è parallela all'asse y.

Def.	**Si chiama *vertice* il punto di intersezione tra l'asse della parabola e la parabola stessa.**

Def.	**Se il fuoco si trova sopra la direttrice, cioè $\beta>d$, si dice che la parabola ha la concavità verso l'alto, in caso contrario la concavità è verso il basso.**

Sommario

Equazione della parabola

Ͻra si pone il problema di ricavare l'equazione di una parabola parallela all'asse y. Per quanto detto nella se P è ur punto qualunque della parabola deve verificarsi la relazione

$$\overline{PF}=\overline{PK}$$

che è equivalente a

$$\overline{PF}^2=\overline{PK}^2$$

$$\overline{PF}^2=(a-x)^2+(b-y)^2 \text{ e } \overline{PK}^2=(y-d)^2$$

uindi vale l'uguaglianza $(a-x)^2+(b-y)^2=(y-d)^2$

viluppando si ottiene $a^2-2ax+x^2+b^2-2by+y^2=y^2-2dy+d^2$

ortando tutto al primo membro si ottiene

$$a^2-2ax+x^2+b^2-2by+y^2-y^2+2dy-d^2=0$$

emplificando

$$a^2-2ax+x^2+b^2-2by+2dy-d^2=0$$

$$= -\frac{x^2-2\alpha x+\alpha^2+\beta^2-d^2}{2(d-\beta)}$$

posto

(1) $a=-\frac{1}{2(d-\beta)}$	*(2)* $b=\frac{\alpha}{(d-\beta)}$	*(3)* $c=-\frac{\alpha^2+\beta^2-d^2}{2(d-\beta)}$

ueste relazioni ci permettono di ricavare i parametri a,b,c che compaiono nell'equazione generica

$$y=ax^2+bx+c$$

ꞩi osservi che se $d<\beta \Rightarrow a>0$, cioè se la parabola ha la concavità verso l'alto a>0

ꞩommario

Fuoco, asse e direttrice di una parabola

ꞩi vuole ricavare fuoco F(a;b) e la direttrice y=d di una parabola avente equazione nota. Per fare ciò basta icavare le formule inverse.

ꞩi ottengono

direttrice	$y=\frac{1-\mathbf{D}}{4a}$
fuoco	$F\left(\frac{-b}{2a};\frac{1-\mathbf{D}}{4a}\right)$
vertice	$V\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\mathbf{D}}{4a}\right)$
asse	$x=-\frac{-b}{a}$

Sommario

Posizione reciproca fra retta e parabola

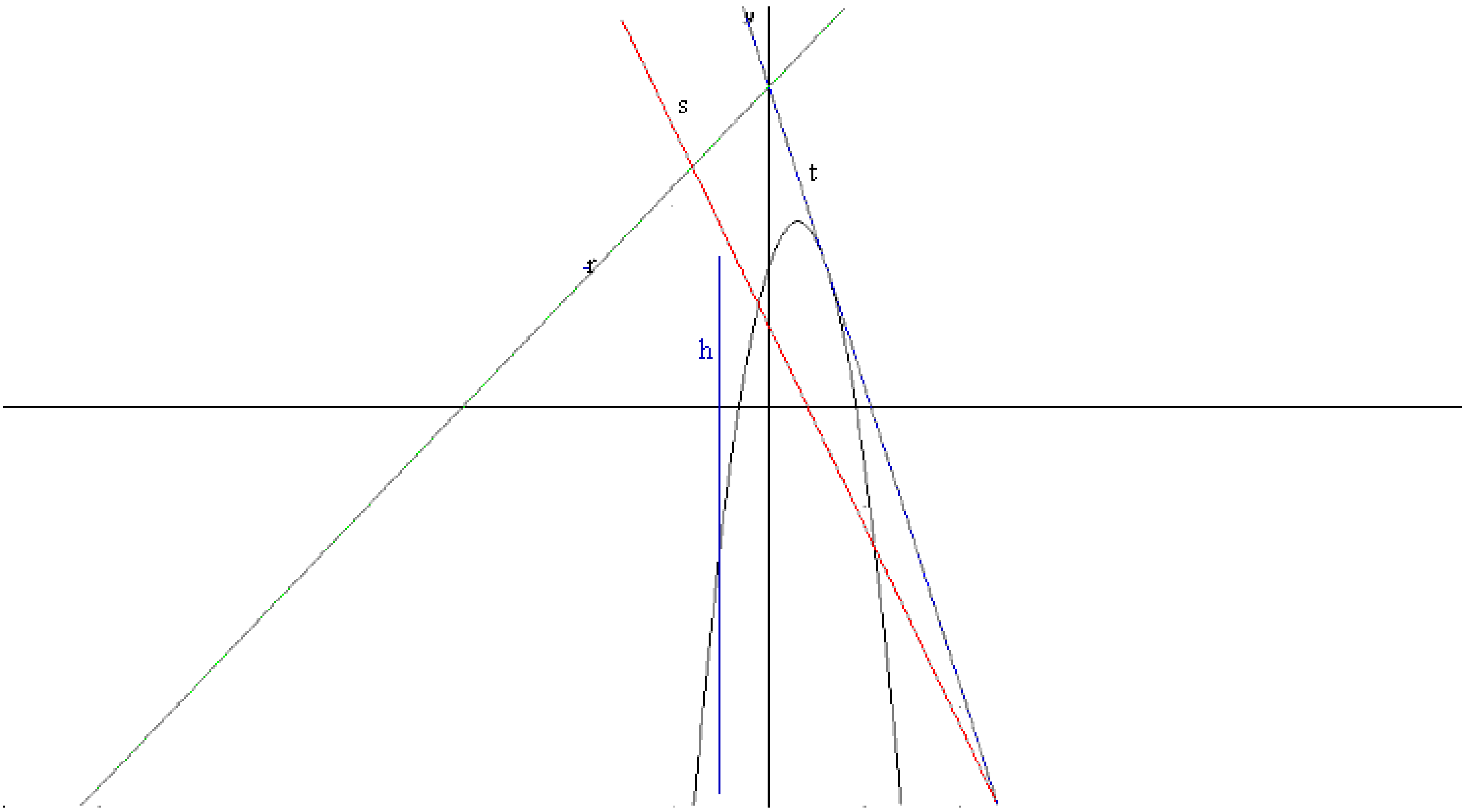
er trovare i punti di intersezione fra retta e parabola occorre risolvere il sistema di secondo grado formato dalle quazioni della retta e della parabola. Le soluzioni sono le coordinate dei punti di intersezione.

i possono presentare tre distinti casi:

- **Se le soluzioni sono reali e distinte , la retta è secante la parabola;**
- **Se le soluzioni sono reali e coincidenti , la retta è tangente alla parabola;**
- **Se le soluzioni sono immaginarie , la retta è esterna alla parabola;**

e la retta è parallela all'asse y la retta interseca interseca la parabola in punto

lella figura la retta r è esterna, la retta t è tangente, la retta s è secante.



[Sommario]

Tangenti alla parabola in un punto

er determinare la tangente in un punto P(x_0;y_0) ad una parabola di equazione nota occorre considerare l'equazione el fascio di rette passante per il punto, tale fascio ha equazione

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

;i risolve il sistema formato dall'equazione della parabola e il fascio di rette, si deve determinare il coefficiente ıngolare m della retta del fascio che sia tangente. Per ricavarlo si impone che il sistema abbia soluzioni reali e oincidenti.

;iò si verifica quando l'equazione di secondo grado che si ottiene dopo aver usato il metodo il metodo di ostituzione ha discriminante nullo.

[;ommario]

Condizioni per determinare l'equazione di una parabola

'equazione di una parabola $y=ax^2+bx+c$ con asse parallelo all'asse y dipende dai tre parametri a,b e c

Si devono avere tre condizioni indipendenti per risolvere il sistema di tre equazioni nelle tre incognite a,b e c.

Queste condizioni possono essere le seguenti:

Condizione	Procedimento
conoscenza di tre punti	**condizione di appartenenza dei tre punti**
conoscenza del vertice e della direttrice	**si utilizzano le formule del vertice e della direttrice**
conoscenza del fuoco e del vertice	**si utilizzano le formule del fuoco e della direttrice**
conoscenza di due punti e la tangente in uno di essi	**condizione di appartenenza dei due punti e tangenza**

[Sommario]